Nom : Note : $\frac{}{20}$

Question de cours. $\frac{}{6}$

1. Qu'appelle-t-on l'espace vectoriel des matrices à n lignes et p colonnes (ensemble et lois).
2. Prouver qu'un sous-espace vectoriel contient toujours le vecteur nul.
3. Donner sans preuves toutes les caractéristiques de la loi de Poisson.

Exercice de probas. $\frac{}{7}$

Soit X une variable aléatoire suivant la loi géométrique de paramètre p. La variable X a-t-elle plus de chances de prendre une valeur paire ou impaire ?

Exercice d'algèbre linéaire. $\frac{}{7}$

1. Montrer que, dans $\mathbb{R}_2[X]$, le polynôme X^2+1 est combinaison linéaire de 1, $X-1$ et $(X-1)^2$.
2. Montrer que l'ensemble $\mathcal{E}$ défini par
$$\mathcal{E}=\left\{\begin{pmatrix} a & -a \\ 0 & a+b\end{pmatrix} \ : \ (a,b)\in\mathbb{R}^2\right\}$$
est un espace vectoriel. Quelle est sa dimension ?

Nom : Note : $\frac{}{20}$

Question de cours. $\frac{}{6}$

1. Qu'est-ce qu'une famille libre ?
2. Montrer que $\text{Vect}\{e_1,\cdots,e_p\}$ est un sous-espace vectoriel.
3. Donner sans preuves toutes les caractéristiques de la loi binomiale.

Exercice de probas. $\frac{}{7}$

On effectue des tirages sans remise d'une boule dans une urne contenant $n-1$ boules blanches et une boule noire. On note X le rang d'apparition de la boule noire. Montrer que X suit la loi uniforme $\mathcal{U}[\![1,n]\!]$.

Exercice d'algèbre linéaire. $\frac{}{7}$

1. Résoudre le système suivant et présenter le résultat sous forme de Vect() :
$$\left\{\begin{array}{rcl} 5x+2y-z &=& 0\\ 2x+2y+2z &=& 0\\ -x+2y+5z &=& 0\end{array}\right.$$
2. Montrer que les ensembles suivants sont des espaces vectoriels, en déterminer une base et leur dimension :
   - **a.** $F_1=\left\{\left(2x-3y,2y-3x,2x\right),\ \forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right\}$.
   - **b.** l'ensemble F_2 des matrices de $\mathcal{M}_3(\mathbb{R})$ qui s'écrivent sous la forme $\begin{pmatrix} a-2b+c & b & c\\ b & a-2b+c & -c\\ c & -c & a-2b+c\end{pmatrix}$ avec a,b,c réels.

Nom : Note : $\frac{}{20}$

Question de cours. $\frac{}{6}$

1. Qu'est-ce qu'une famille liée ?
2. Soit $(e_1,\cdots,e_n)$ une base d'un espace vectoriel E et soit $u\in E$. Montrer qu'il existe un unique n-uplet $\lambda_1,\cdots,\lambda_n$ de réels tels que
$$u=\lambda_1e_1+\cdots+\lambda_ne_n.$$
3. Donner sans preuves toutes les caractéristiques de la loi géométrique.

Exercice de probas. $\frac{}{7}$

On note X une variable aléatoire qui suit la loi de Poisson de paramètre λ. On suppose que sachant $[X=n]$ une variable aléatoire Y suit une loi binomiale $\mathcal{B}(n,p)$. Montrer que Y suit la loi de Poisson de paramètre $p\lambda$.

Exercice d'algèbre linéaire. $\frac{}{7}$

Soit $E=\mathbb{R}_3[X]$. On considère F l'ensemble des polynômes $P\in E$ tels que $P(2)=0$ et $P'(1)=0$.

1. Montrer que F est un sous-ev de E.
2. Soit $P=ax^3+bx^2+cx+d\in E$. Donner deux équations sur les réels a,b,c,d pour que $P\in F$.
3. En déduire une famille génératrice de F.
4. Cette famille est-elle une base de F ? Déterminer $\dim(F)$.