

## PROGRAMME DE COLLES 03.

CHAPITRE 3 : SÉRIES ET CHAPITRE 4 : DÉVELOPPEMENTS LIMITÉS.

Tous les sujets de colles comportent

1. Une partie sur le cours (définitions, énoncés de résultats, preuves simples), notée sur 6 points.
2. Une partie d'exercices notée sur 14 points.

### QUESTIONS DE COURS.

#### Chapitre 3.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
  - Nature des séries de références.
  - Critère de comparaison par majoration, négligeabilité, équivalence pour les séries à termes positifs.
  - Les idées de la méthode de comparaison série/intégrale.
- Les preuves suivantes :
  - Le terme général d'une série convergente tend vers 0, sa contraposée.
  - Exprimer les sommes partielles d'une série géométrique et en déduire la nature de la série
  - Exprimer les sommes partielles d'une série télescopique et en déduire la nature de la série.
  - Critère de comparaison par majoration (si le terme général d'une série à termes positifs est minoré par le terme d'une série divergente, alors la série diverge ; si le terme général est majoré par le terme général d'une série convergente, alors la série converge).

#### Chapitre 4.

- Toutes les définitions du cours.
- Les énoncés suivants (sans preuves) :
  - Théorèmes de croissances comparées pour les fonctions.
  - Développements limités à l'ordre 1 et 2 de  $\exp(x)$ ,  $\ln(1+x)$ ,  $(1+x)^\alpha$  et  $\frac{1}{1-x}$ .
  - Formule de Taylor-Young à l'ordre 1 et 2.
- Les preuves suivantes :
  - Donner le développement limité à l'ordre 1 d'une fonction dérivable.

### EXERCICES.

- Décider de la nature d'une série en utilisant une des méthodes du cours (voir aussi la feuille de méthodologie 03).
- Obtenir un développement limité d'ordre 2 par
  1. La formule de Taylor.
  2. En utilisant un DL de référence, que l'on composera éventuellement.
- Trouver des limites à l'aide de développements limités.
- Montrer qu'une fonction est dérivable en un point litigieux à l'aide de développements limités.